2 матрицы называются эквивалентными (), если их ранги совпадают

Нахождение ранга матрицы

Пусть у матрицы равное число строк, столбцов

1. выбираем любую ненулевую строку и ненулевой элемент этой строки, затем с помощью элементарных преобразований зануляем все элементы в этом столбце
2. Выбираем другую строку, отличную от ранее использованных и ненулевой элемент в ней. Снова зануляем все элементы в столбце
3. повторяем процесс далее, пока не закончатся ранее не использованные ненулевые строки
4. ранг матрицы равен числу ненулевых строк

Произвольные системы линейных уравнений

Рассмотрим систему, состоящую из *m* строк и *n* столбцов

Решением системы из m строк и *n* неизвестных назовем такую совокупность чисел, которые при подстановке в нашу систему обращают все её уравнения в верные равенства (равенство=тождество)

Система линейных уравнений называется совместной, если она имеет хотя бы 1 решение

Система линейных уравнений называется несовместной, если она не имеет решений

Совместная система, имеющая 1 решение – называется определенной, более 1 решения – неопределенной

Составим матрицу из коэффициентов системы. Данную матрицу назовем «матрицей систем»

«Расширенная матрица» – матрица систем, справа от которой добавлен столбец свободных членов (b1, b­­­2, …, bn), разделенный чертой

Критерий совместности

Система линейных уравнений, состоящая из *m* строк и *n* столбцов, совместна <==> Ранг матрицы систем равен рангу расширенной системы

Число решений совместной системы:

В дальнейшем будем рассматривать только совместные системы. Пусть ранг матрицы равен r. Значит, r строк будут линейно независимы (базисные), а остальные – линейная комбинация базисных.  
На решение системы влияют только базисные строки. Т.е. остальные можно отбросить.

Предположим, что базисные будут первые r строк системы. r≤m, r≤n

1. r=n. Система имеет квадратную матрицу, причем определитель совпадает с базисным минором, следовательно определитель не равен нулю и по теореме Крамера система имеет единственное решение

Если ранг матрицы равен числу неизвестных, система имеет единственное решение

1. r<n. Сделаем матрицу квадратной, для этого оставим слева первые r неизвестных, остальные перенесем вправо. Оставшиеся слева неизвестные образуют базисный минор. Вместо неизвестных справа от равенства подставим конкретные числа, то получим квадратную систему с отличным от 0 определителем, которая имеет единственное решение (x1, x2, …, xr). Для каждого набора «свободных» неизвестных получим произвольный набор чисел  
   Так исходная система решений имеет бесконечное множество решений. Т.е. если ранг<неизвестных и при этом базисные неизвестные линейно выражаются через свободные неизвестные  
   Если вместо свободных неизвестных подставить конкретные значения, то полученный набор значений называется частным решением системы

Одиночные системы

Система называется однородной, если все её однородные члены равны нулю

Замечание. Однородные системы всегда совместны, т.к. она имеет решение, где все неизвестные равны нулю, т.е. решение тривиально

Теорема1. Для того чтобы однородная система имела ненулевое решение, необходимо и достаточно, чтобы ранг матрицы был меньше числа неизвестных

Теорема2. Однородная система имеет ненулевое решение, если число строк меньше числа неизвестных

Комплексные числа

Мнимая единица – *i*

*Комплексным числом назовем пару чисел (x;y), связанных через Z = x+i\*y – алгебраическое уравнение*

*x – реальная часть*

*y – мнимая часть*

*Im Z = 0, Z=x*

*Re Z = 0, Z=iy*

*Z = 0 <=> x=0, iy=0*

*Два мнимых числа называют равными, если совпадают действительные и мнимые части*

*Сопряженным комплексному числу Z назовем*